

①

## VRIDMOMENT

Lite teori och bakgrund

Lite elektrisk mätteknik

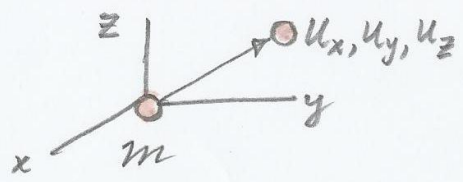
Liten visning av enkel,  
hembyggd utrustning

(om den råkar funka, förstås....)

Föredrag av Nisse Ohlson vid

SÅF-mötet i Eskilstuna den 19/1 -20

# Frihetsgrader och Generaliserade Krafter

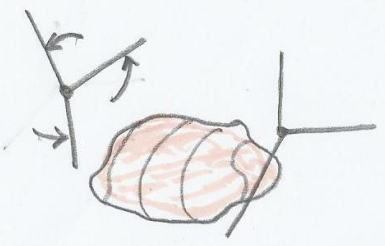


För att ändra  $m$ 's rörelsetillstånd måste kraft anbringas.  $\sum_i F_{x_i} = m \ddot{u}_x$

punktmassa  $m$   
3 frihetsgrader

Man kan läsa frihetsgrader:

- Ex. • Boll i vattnet  $\leftrightarrow$  ingen rörelse vertikalt.  
Två frihetsgrader återstår (i planet/vattnet)
- Tåg på spår: En frihetsgrad (längs spåret)

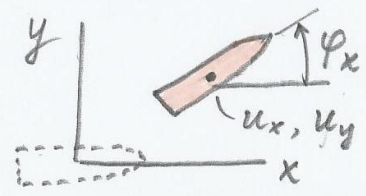


massa med utsträckning i  $x y z$   
6 frihetsgrader

$\varphi_x$	$\varphi_y$	$\varphi_z$
$u_x$	$u_y$	$u_z$

## Lösningar, exempel

Båt i vattnet  $\leftrightarrow$

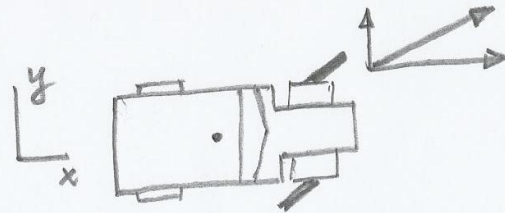


$u_x$   
 $u_y$   
 $\varphi_x$

$$u_x \quad u_y \quad u_z \quad \longleftrightarrow \quad F_x \quad F_y \quad F_z$$

$$\varphi_x \quad \varphi_y \quad \varphi_z \quad \longleftrightarrow \quad M_x \quad M_y \quad M_z$$

Ex. Bil i planet



$$F_x = m \ddot{u}_x$$

$$F_y = m \ddot{u}_y$$

$$M_z = J_z \ddot{\varphi}_x$$

$J$  = (mass-)tröghetsmoment  
(dimension:  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )

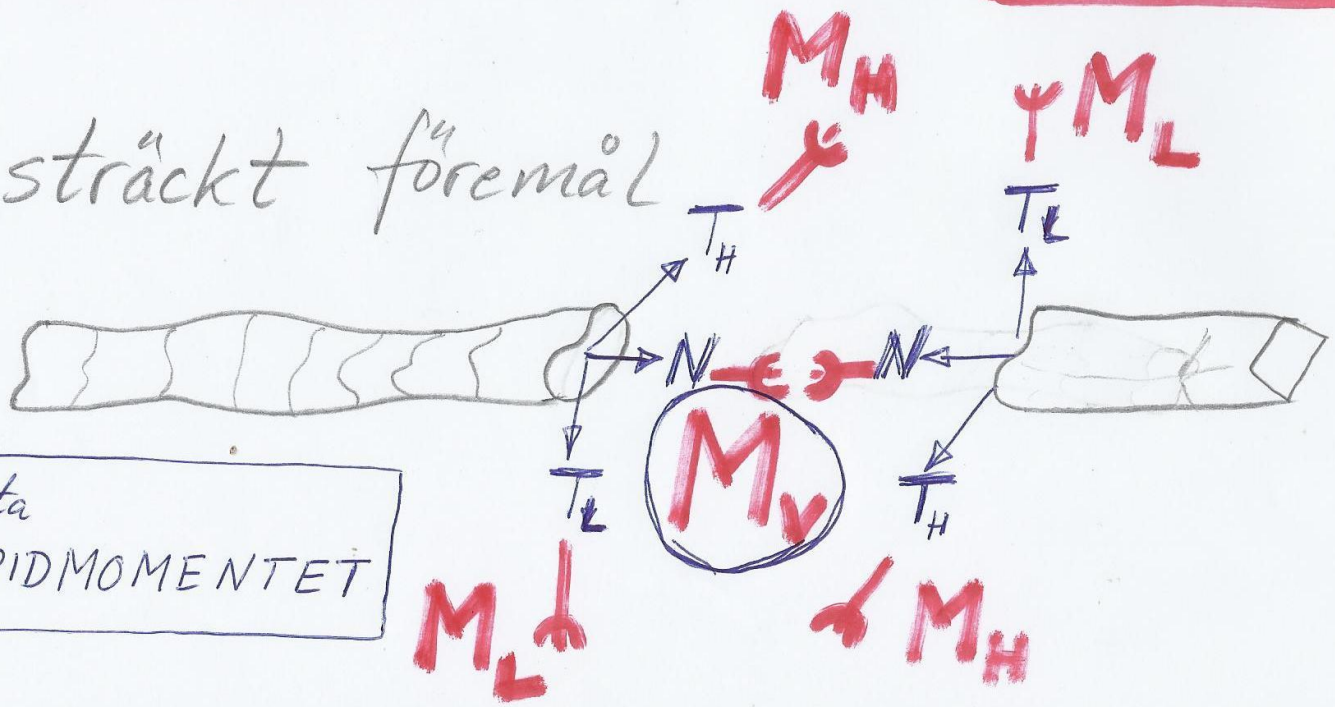
$m$  och  $J$  kan mätas i experiment eller beräknas  
för varje föremål.

Bilen har på plan yta 3 frihetsgrader (men de övriga 3 är låsta)

# INRE (generaliserade) KRAFTER "SNITTSTORHETER"

Äro tankehjälpmiddel för att bedöma **påkänningar**

Långsträckt föremål

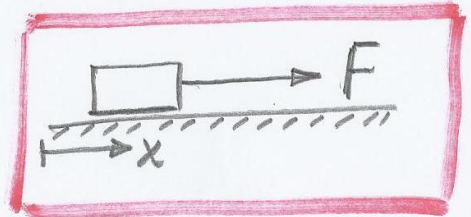


Nu ska vi prata  
om  $M_V = \text{VRIDMOMENTET}$

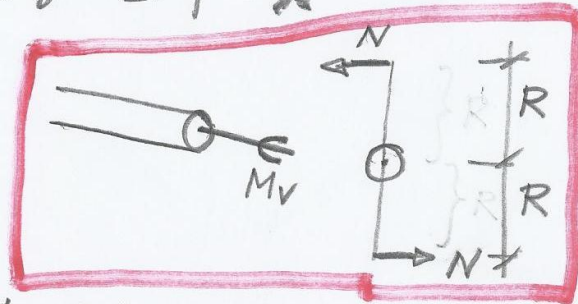
# Arbete, Energi och Effekt

**A**                      **A**                      **P**

Arbetet = Kraften \* Vägen;  $A = F \cdot x$



Effekten = Kraften \* Hastigheten;  $P = F \cdot v = F \cdot \dot{x}$



Jämvikt  $\Rightarrow M_v = 2NR$

$A_{1 \text{ varv}} = N \cdot 2\pi R \cdot 2 = M_v \cdot 2\pi$ , allmänt  $A = M \cdot \varphi$

$P = M_v \cdot \dot{\varphi} = M_v \cdot \omega$  ( $\omega = \text{vinkelhastigheten} \left[ \frac{\text{radianer}}{\text{sekund}} \right]$ )

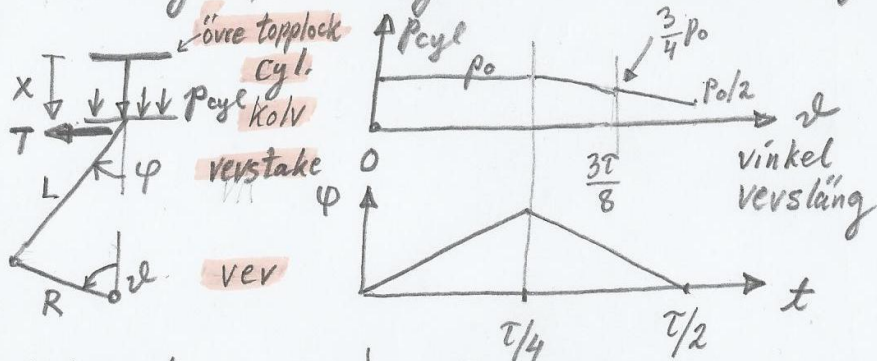
Om varvtalet är  $n \left[ \frac{\text{varv}}{\text{minut}} \right]$ , så är  $\omega \approx \frac{n}{10}$

Överkurs!

# Momentberäkning Ångmaskin

Förutsättningar  $\left\{ \begin{array}{l} x + L \cos \varphi = L \\ R \sin \varphi = L \sin \varphi \\ \varphi = \arcsin(2 \sin \varphi) \end{array} \right\}$  Geometri

1-cyl. maskin, 50% fyllning, expansions-skedet behandlas som vore ångan ideal gas, dvs. ingen kondensation i slaget.



Kolvarea A

$$\varphi_{\max} = \arcsin \frac{R}{L} \quad (\text{Spec. } L=2R \text{ ger } \varphi_{\max} = 30^\circ)$$

$$\text{etthälvt varv} \quad \text{pA=1, L=2, R=1}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{T}{pA}, \quad M_v = T(L \cos \varphi) + pA \sin \varphi = \text{tg } \varphi \cos \varphi + \sin \varphi$$

T = tvärkraften på tvärstycket

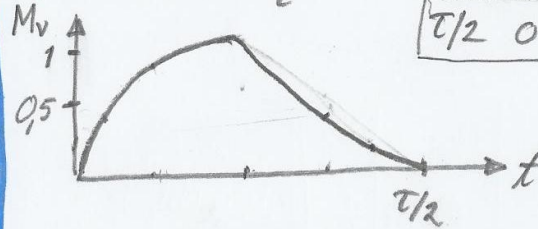
Märk, att  $M_v$  är linjär uti T, eftersom verstaken är friktionsfritt lagrad i båda ändar, och verstakskraften därför måste gå i verstakens längdriktning!

t	φ	ψ	M <sub>v</sub>	M <sub>v</sub>
0	0	0	0	0
π/16	7,5°	15°	0,39	0,38
π/8	15	31	0,75	0,74
π/4	30	90	0,7	1
3π/8	15	149	0,29	0,306
π/2	0	180	0	0

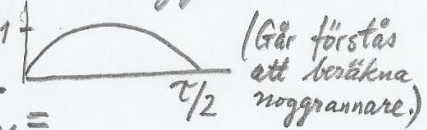
M<sub>v</sub> normerad

(6)

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{\tau}$$



Man inser, att  $M_v$  har ett positivt medelvärde (tyckligtvis!) och pendlar kring detta. Antag, att kurven ovan kan approximeras med en halv sinusvåg

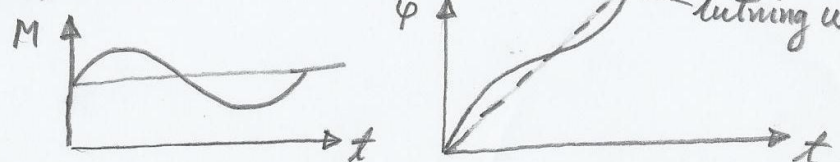


dess medelvärde blir  $\overline{M_v} =$

$$\frac{\int_0^{\pi/2} \sin \varphi \, d\varphi}{\int_0^{\pi/2} 1 \, d\varphi} = \frac{0}{\pi} = \frac{2}{\pi}$$



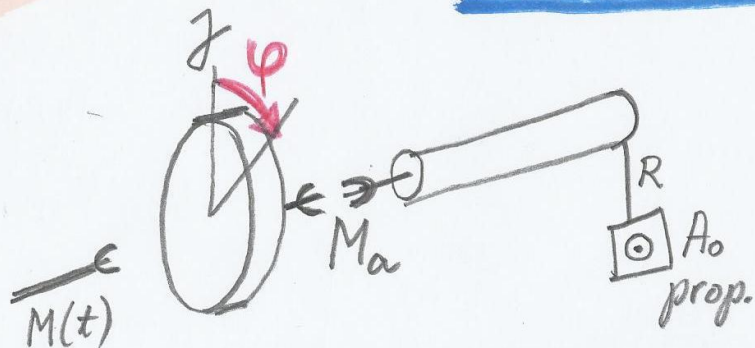
Antag nu, att  $M_v$  kan tecknas som  $M(t) = M_0 + M_1 \sin \omega t$  (för att förenkla beräkn.)



"Överskurs!"

# Svänghjul, vridmoment i propelleraxeln

(7)



Rörelseekvation  $J\ddot{\varphi} = M(t) - R \cdot c\dot{\varphi} A_0$   
viskös kraft

$$\ddot{\varphi} + \frac{C}{J}\dot{\varphi} = \frac{M_0}{J} + \frac{M_1}{J}\sin\omega t$$

Ansätt lösn.  $\varphi = A\sin\omega t + B\cos\omega t + Dt$

Obekanta: A, B och D Man får:

$$A = \frac{-M_1/J}{\omega^2 + C^2/J^2}, \quad B = -\frac{M_1 C}{J^2 \omega (\omega^2 + \frac{C^2}{J^2})}, \quad D = \frac{M_0}{C}$$

Märk, att C är väldigt dåligt känt, t.o.m. en dålig approx. av prop.

Amplituden hos svänghulets rörelse =  $\sqrt{A^2 + B^2}$ ; Dubblas J, så halveras amplituden

Beräkning av vridmomentet i propelleraxeln  $M_a$ :

$$J\ddot{\varphi} = M_1(t) + M_a$$

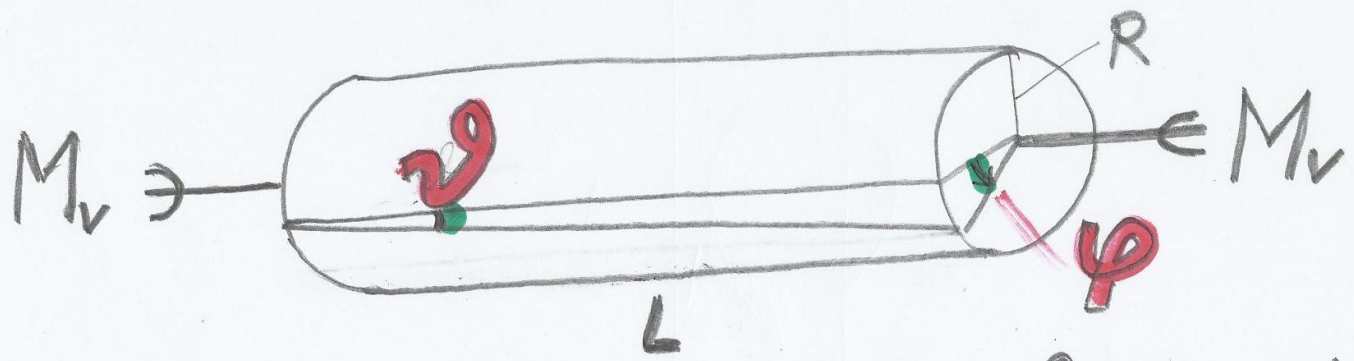
$$J\omega^2(A\sin\omega t + B\cos\omega t) - (M_0 + M_1\sin\omega t) = M_a$$

Kända storheter är  $\omega$ .

Men J kan beräknas ganska lätt. Eventuellt måste både axelns och propellerens tröghetsmoment också beräknas.

Mätningen av vridmoment ger  $M_0 = M_a$  medel och möjligen  $M_a$  ampl.

# AXEL med CIRKULÄRT TVÄRSNITT

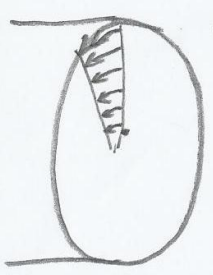


Två formler:

$$\varphi = \frac{M_v L}{G K}$$

$G$  = Skjuvmodul,  $G_{\text{Stål}} = 79000 \text{ MPa}$

$K$  = Vridstyvhet,  $K = \frac{\pi R^4}{2}$



$$\tau(r) = \tau_{\text{max}} \cdot \frac{r}{R}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_v}{W_v}$$

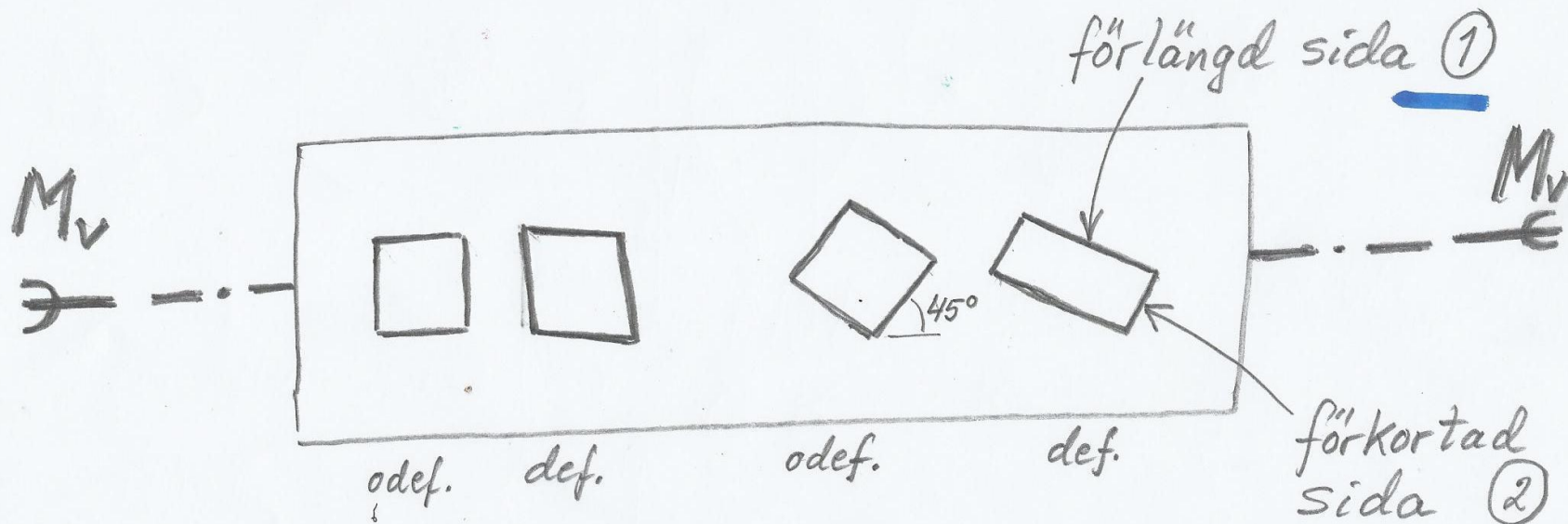
$W_v$  = vridmotstånd  
 $W_v = \frac{\pi R^3}{2}$

Pga geometrin:  $v \cdot L = \varphi \cdot R$



9

# Deformationer på axelns yta



Man kan visa, att

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{max}$$

$$\therefore \underline{\epsilon_1} = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) = \frac{\tau_{max}}{E} \cdot (1 + \nu) = \underline{\frac{M_v (1 + \nu)}{E \cdot \frac{\pi}{2} R^3}}$$

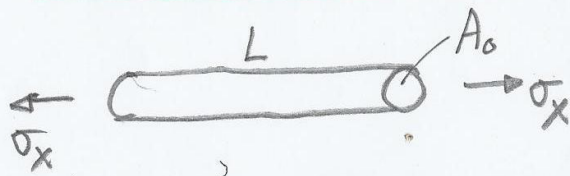
# Tråd-töjningsgivare (ttg)

Strain gages (gauges)

Dehnungsmeßstreifen

jauges d'extensométrie

HBM  
Showa  
(Gustavsson)



$$R = \text{motståndet} = \frac{PL}{A_0}$$

$$\log R = \log P + \log L - \log A_0$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dP}{P} + \underbrace{\frac{dL}{L}}_{d\epsilon_x} - \underbrace{\frac{dA_0}{A_0}}_{-2\nu \cdot d\epsilon_x}$$

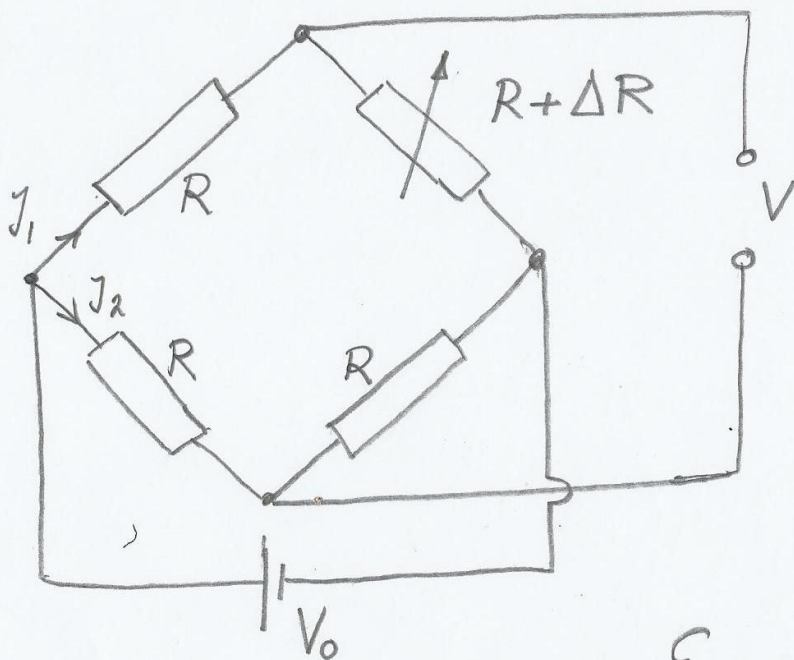
$$\therefore \frac{dR}{R} = \frac{dP}{P} + (1+2\nu)d\epsilon_x$$

$$\frac{dR}{R d\epsilon_x} = \frac{dP}{P d\epsilon_x} + 1 + 2\nu \approx 2,1 = \text{givarfaktor } g$$

$$\therefore \ln \frac{R}{R_{\text{rotöjd}}} = g \cdot \epsilon_x \approx \frac{\Delta R}{R_{\text{rotöjd}}} = H \approx 0,5$$

# Wheatstonebrygga

(11)



Ohms lag:

$$\begin{cases} J_1 (R + R + \Delta R) = V_0 \\ J_2 \cdot 2R = V_0 \end{cases}$$

$$V = J_1 R - J_2 R =$$

$$= \frac{V_0}{2 + \frac{\Delta R}{R}} - \frac{V_0}{2} \approx \frac{V_0}{2} \left( 1 - \frac{\Delta R}{2R} - 1 \right) =$$

$$= -V_0 \cdot \frac{\Delta R}{4R} = -\frac{V_0}{4} \cdot g \cdot \epsilon_x$$

Exempel  $V_0 = 3 \text{ V}$   
 $\epsilon_x = 10^{-6}$

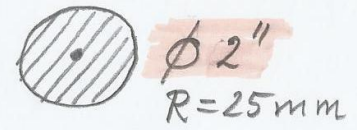
$$|V| = 1,56 \text{ mikrovolt } (\mu\text{V})$$

Med 4 aktiva givare får vi ca  $6 \mu\text{V}$  per miljontedel töjning ("microstrain")

# Numeriskt exempel

Axel av mjukt stål  $\sigma_s = 200 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{tillåten} = \frac{\sigma_s}{2} = 100$

$$\sigma_e = \sqrt{3} \tau^2 = \tau \sqrt{3}, \quad \tau_{tillåten} = \frac{100}{\sqrt{3}} \approx 50$$



$$\epsilon_{engivare} = \frac{M_v (1+\nu)}{E \cdot \frac{\pi}{2} R^3} \text{ enl. p. 9}$$

$E = 200\,000 \text{ MPa}$   
stål

$= 1,3 \text{ hk}$

$$\therefore M_{v \text{ tillåten}} = 49062 \text{ Nmm}$$

Säg 200 rpm  $\rightarrow \omega = 20$ ,  $M_{vtill} \omega = 981 \text{ Nm/s} =$

$$\epsilon_{engivare} = 13 \mu\text{str.}$$

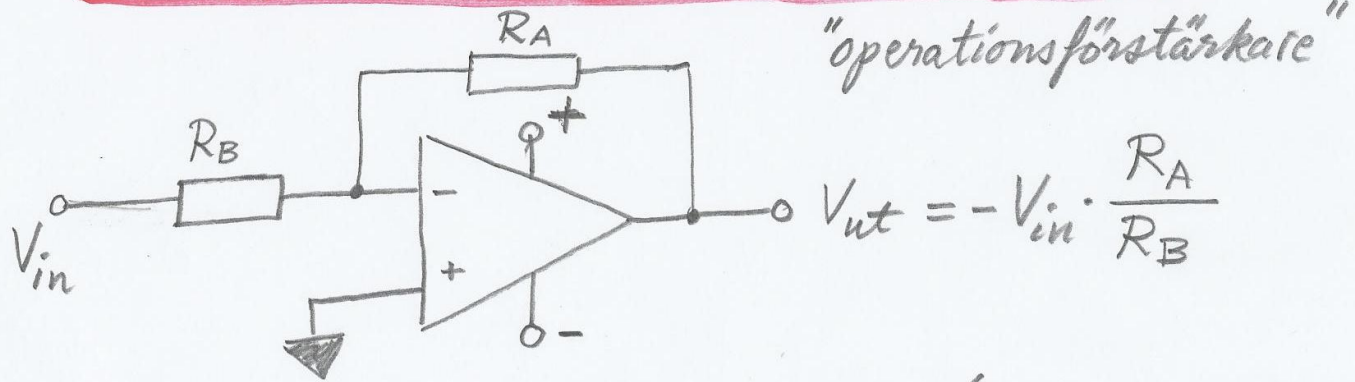
Med en aktivgivare finge man  $1,56 \mu\text{V} \cdot 13 \mu\text{str.} =$

$= 20 \mu\text{V}$ , med 4 aktiva givare alltså  $80 \mu\text{V}$

Säg, att man vill upplösa vridmomentet på 1% när (mät noggrannhet), så bör man alltså kunna avläsa  $1 \mu\text{V} \cdot \text{förstärkningen}$

Jag har i mitt fall  $F = 500$  och får  $0,5 \text{ mV}$  ut. Jag kan avläsa  $\pm 0,1 \text{ mV}$  på den lilla displayen.

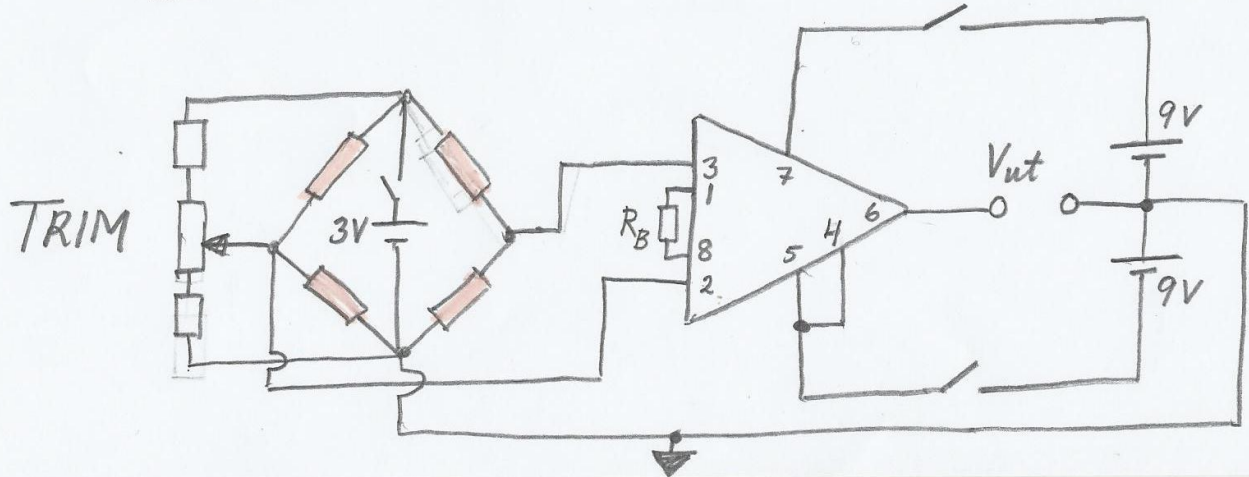
# Förstärkning av ttg-signal



$$V_{ut} = -V_{in} \cdot \frac{R_A}{R_B}$$

Mycket enkel "Inverterande" förstärkare (baserad på t.ex. 714)  
el. 741

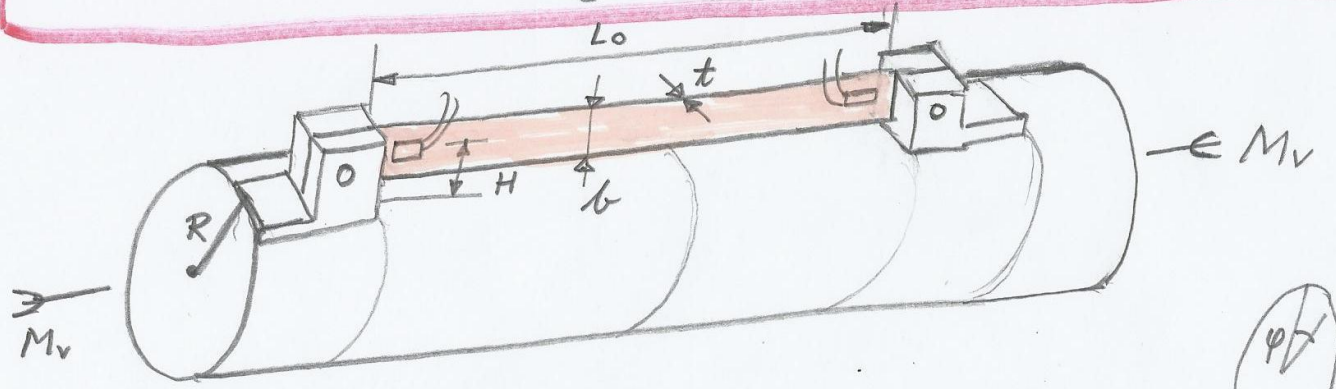
Bättre stabilitet med: s.k. "instrumentförstärkare"



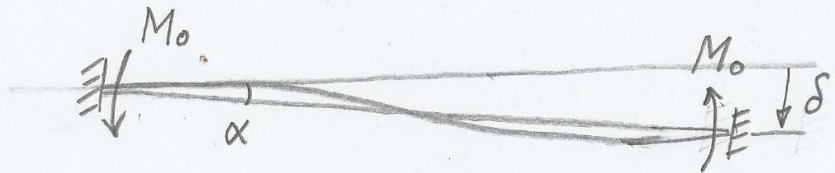
(Baserad på AMP02)

Förstärkningen bestäms helt av värdet på det enda motståndet,  $R_B$

Alternativ till att klästra ttg på axeln:  
Blad med ttg i klämkopplingar



Bladbredd b  
tjocklek t



$$\varphi = \frac{M_v L_0}{GK}$$

geom.

$$\delta = \varphi \cdot (R+H) = \alpha \cdot L_0$$

$$\therefore \alpha = \frac{R+H}{L_0} \cdot \frac{M_v L_0}{GK}$$

Men  $\alpha = \frac{M_0 \cdot L_0/2}{3EJ}$

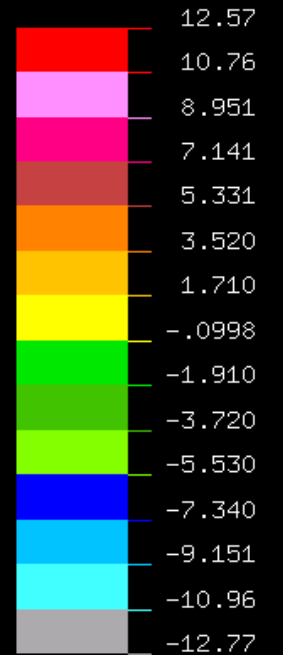
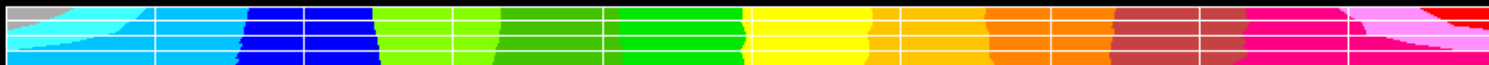
$$\therefore M_0 = \frac{12EJ}{\pi L_0} \cdot \frac{R+H}{G \cdot R^4} \cdot M_v$$

$$\sigma_{givaren} = \frac{M_0 \cdot t/2}{bt^3/12} = \frac{6}{bt^2} \cdot \frac{12}{\pi} \cdot E \cdot \frac{t^3}{12} \cdot \frac{(R+H)^2 (1+\nu)}{L_0 R^4 \cdot E} \cdot M_v =$$

$$= \frac{12}{\pi} \cdot \frac{t(R+H)}{L_0 R^4} \cdot (1+\nu) \cdot M_v$$

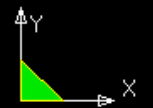
Bra med kort och tjockt blad!

SXX - STRESSES  
BOTTOM LAYER  
VIEW : -12.77093  
RANGE: 12.57124



Cranes Software, Inc.

JAN/17/20 17:47:57



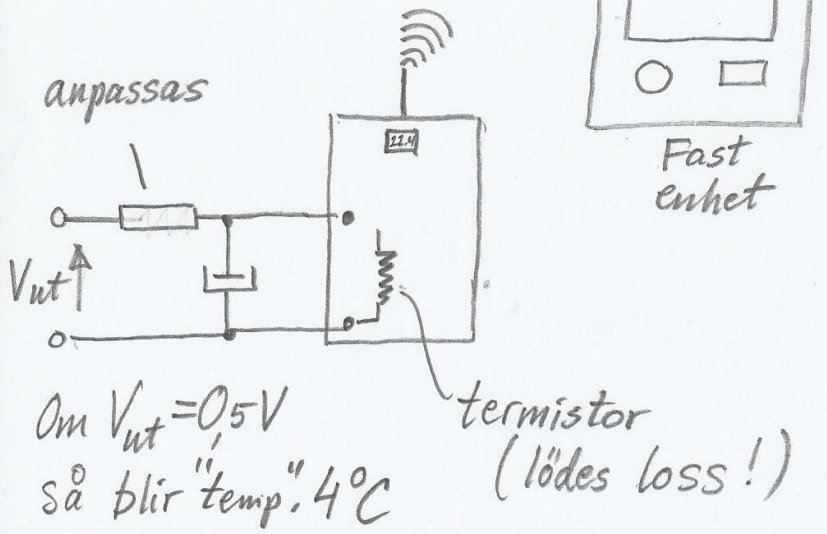
ROTX  
0.0  
ROTY  
0.0  
ROTZ  
0.0

BOTTOM LAYER

# Trådlös signalöverföring

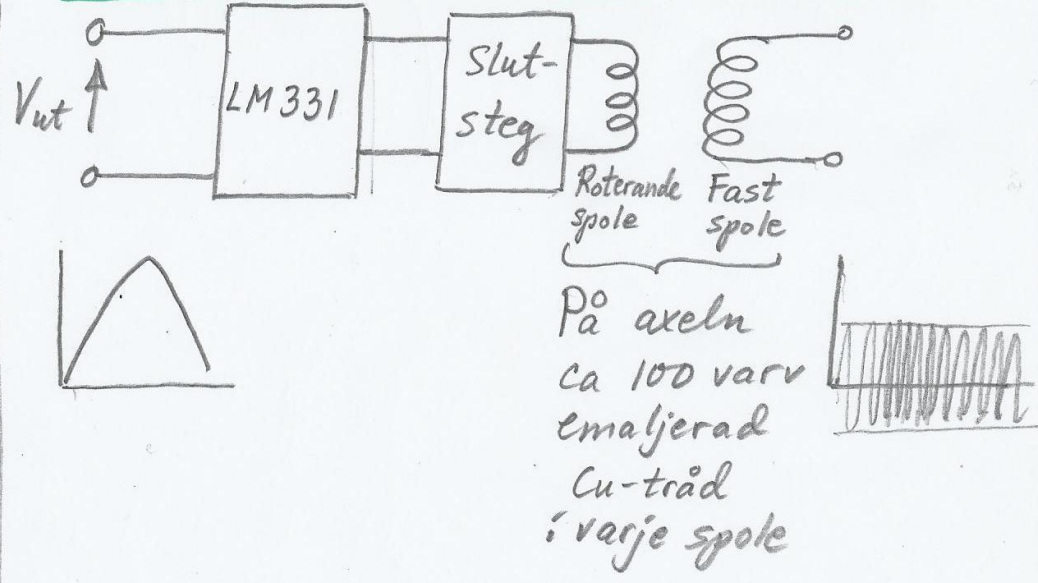
## 2 förslag

### Termometer från CO



Om  $V_{ut} = 0,5V$   
 så blir "temp."  $4^{\circ}C$

### Spännings-frekvens-omvandlare





## Kostnader

Trådtöjningsgivare: några kronor för enkla givare, något dyrare med rosettgivare.

Lim: vanligt cyanoakrylatlim brukar vara bäst.

Förstärkare: enkel sådan några kronor, den finare AMP 02 kostar 150:-, men den förenklar bygget.

Motstånd o kondensatorer: man får 500 motstånd för en hundring. Klena elsladdar.

Batterier, monteringsplatta: nån hundring.

Trådlös termometer: Clas Ohlson 129:-

Ev.: digitalvoltmeter för vägledning vid bygge och intrimning.

**Överkomligt för envar!**

Rättelse: Första raden på p 6 ska lyda så

$x + L \cos \varphi + R \cos \theta = L + R$ , men denna ekvation behövs inte i framställningen